Ενδεικτική Λύση 2^{ης} Άσκησης (Περιγραφικές Λογικές)

Ερώτημα 1

α) Ο κατασκευαστής $\mathcal{Q}$ συμβολίζει τους προσοντούχους περιορισμούς πληθυκότητας, δηλαδή τις έννοιες της μορφής: ≤nR.C, ≥nR.C

Αρχικά σύμφωνα με τους κανόνες De Morgan έχουμε ότι

$$\leq nR.C \equiv \neg(\geq(n+1)R.C)$$

Όποτε αρκεί να αποδείξουμε την ισοδυναμία ενός εκ των δυο περιορισμών.

Ένα αντικείμενο a ανήκει στην ερμηνεία της έννοιας ≥nR.C, αν το αντικείμενο ανήκει στην ερμηνεία του ρόλου R με άλλα άτομα b_i το λιγότερο n φορές και ταυτόχρονα όλα τα b_i συμμετέχουν στην ερμηνεία της έννοιας C.

Η ερμηνεία της έννοιας ≥nR.C μπορεί να αναπαρασταθεί στην $\mathcal{ALCHN}$ με τη χρήση των ιεραρχιών, των περιορισμών πληθυκότητας και του περιορισμού τιμής.

Αρχικά ορίζουμε ένα νέο ρόλο R_{nc} σαν υπό-ρόλο του R:

$$R_{nc} \sqsubseteq R$$

Τότε ισχύει ότι: $\geq nR.C \equiv \geq nR_{nc} \sqcap \forall R_{nc}.C$

Θα δείξουμε γιατί συμβαίνει αυτό. Έστω ότι το αντικείμενο a ανήκει στην ερμηνεία της έννοιας $\geq nR_{nc} \sqcap \forall R_{nc}.C$. Ας δούμε τι συνεπάγεται αυτό. Αρχικά, εφόσον το a ανήκει στην τομή των δυο παραπάνω εννοιών, τότε θα ανήκει στην ερμηνεία των εννοιών $\geq nR_{nc}$ και $\forall R_{nc}.C$. Στη συνέχεια, εφόσον το a ανήκει στην ερμηνεία της έννοιας $\geq nR_{nc}$, θα πρέπει να ανήκει στην ερμηνεία του ρόλου R_{nc} με το λιγότερο n αντικείμενα b_i. Εφόσον όμως ο ρόλος R_{nc} είναι υπο-ρόλος του R, τότε το a θα ανήκει και στην ερμηνεία του ρόλου R με το λιγότερο n αντικείμενα b_i. Τέλος, το a ανήκει στην ερμηνεία της έννοιας $\forall R_{nc}.C$. Άρα, όλα τα b_i με τα οποία συνδέεται μέσω της R_{nc} (και μόνο αυτά) θα ανήκουν στην ερμηνεία της έννοιας C. Δηλαδή, όποιο αντικείμενο ανήκει στην ερμηνεία της έννοιας $\geq nR_{nc} \sqcap \forall R_{nc}.C$ θα ανήκει και στην ερμηνεία της έννοιας ≥nR.C.

β) Έστω μια έννοια C με κάποιο ορισμό (C≡....).
Θέλουμε να κατασκευάσουμε την έννοια ¬C χωρίς να χρησιμοποιήσουμε τον τελεστή της άρνησης αλλά χρησιμοποιώντας των κατασκευαστή πληθυκότητας ($\mathcal{N}$). Με άλλα λόγια θέλουμε να δημιουργήσουμε την έννοια notC για την οποία θα ισχύει notC=$\Delta^{\mathcal{I}} \backslash C^{\mathcal{I}}$.

Παρατηρούμε ότι οι κατασκευαστές πληθυκότητας εμπεριέχουν έμμεσα άρνηση. Δηλαδή η έννοια ≥1R είναι η άρνηση της έννοιας ≤0R. Έτσι λοιπόν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις έννοιες αυτές για να δημιουργήσουμε την έννοια notC. Πιο συγκεκριμένα, θέτουμε $C \equiv \geq 1R_c$, όπου R_c είναι ένας νέος ρόλος ο οποίος πρέπει να προσέξουμε να μην εμφανίζεται πουθενά στη βάση γνώσης, έτσι ώστε να μην προκαλέσουμε αλληλεπιδράσεις στη σημασιολογία ασυσχέτιστων εννοιών. Στη συνέχεια θέτουμε notC≡≤0R_c και λαμβάνουμε την επιθυμητή σημασιολογία για την έννοια notC.

Ερώτημα 2

Για να υπάρχει μοντέλο σε μια βάση γνώσης θα πρέπει να βρούμε μια ερμηνεία που να ικανοποιεί τους ισχυρισμούς της.

α) Έστω ένα αντικείμενο a το οποίο ανήκει στο σύνολο

$$(\neg\text{Ψηλός} \sqcap \exists\text{έχειΑπόγονο}.\top \sqcap \forall\text{έχειΑπόγονο}.(\forall\text{έχειΠρόγονο}.\text{Ψηλός}))^{\mathcal{I}}$$

Από τη σημασιολογία του κατασκευαστή της τομής έχουμε ότι

$$a\in(\neg\text{Ψηλός})^{\mathcal{I}},\ a\in(\exists\text{έχειΑπόγονο}.\top)^{\mathcal{I}} \text{ και}$$

$$a\in(\forall\text{έχειΑπόγονο}.(\forall\text{έχειΠρόγονο}.\text{Ψηλός}))^{\mathcal{I}}$$

Λόγω της σημασιολογίας του υπαρξιακού περιορισμού και ότι $a\in(\exists\text{έχειΑπόγονο}.\top)^{\mathcal{I}}$ θα πρέπει να υπάρχει κάποιο $\alpha_1\in\Delta^{\mathcal{I}}$ για το οποίο ισχύουν $(a,\alpha_1)\in\text{έχειΑπόγονο}^{\mathcal{I}}$ και $\alpha_1\in\top^{\mathcal{I}}$. Επιπρόσθετα, λόγω της σημασιολογίας του περιορισμού τιμής και εφόσον $a\in(\forall\text{έχειΑπόγονο}.(\forall\text{έχειΠρόγονο}.\text{Ψηλός}))^{\mathcal{I}}$ και $(a,\alpha_1)\in\text{έχειΑπόγονο}^{\mathcal{I}}$, τότε πρέπει να ισχύει ότι $\alpha_1\in(\forall\text{έχειΠρόγονο}.\text{Ψηλός})^{\mathcal{I}}$. Επιπλέον, από το $(a,\alpha_1)\in\text{έχειΑπόγονο}^{\mathcal{I}}$ έπεται ότι $(\alpha_1,a)\in(\text{έχειΑπόγονο}^{-})^{\mathcal{I}}$, ενώ επειδή η $\mathcal{I}$ πρέπει να ικανοποιεί τα αξιώματα του RBox και λόγω του αξιώματος υπαγωγής ρόλων $\text{έχειΑπόγονο}^{-}\sqsubseteq\text{έχειΠρόγονο}$ ισχύει ότι $(\alpha_1,a)\in\text{έχειΠρόγονο}^{\mathcal{I}}$.

Τέλος, λόγω των $\alpha_1\in(\forall\text{έχειΠρόγονο}.\text{Ψηλός})^{\mathcal{I}}$, $(\alpha_1,a)\in\text{έχειΠρόγονο}^{\mathcal{I}}$ και της σημασιολογίας του περιορισμού τιμής, έχουμε ότι $a\in\text{Ψηλός}^{\mathcal{I}}$. Συνεπώς, τελικά βλέπουμε ότι $a\in\text{Ψηλός}^{\mathcal{I}}$ και $a\in(\neg\text{Ψηλός})^{\mathcal{I}}\rightarrow a\in\Delta^{\mathcal{I}}\backslash\text{Ψηλός}^{\mathcal{I}}$ κάτι το οποίο είναι αδύνατο. Έτσι λοιπόν καταλήγουμε στο ότι δεν υπάρχει μοντέλο για τη βάση γνώσης.

β) Έστω μια ερμηνεία $\mathcal{I}$ η οποία είναι μοντέλο της βάσης γνώσης. Η $\mathcal{I}$ ικανοποιεί τους ισχυρισμούς του ABox αν:

$$\text{Θάνος}^{\mathcal{I}}\in(\exists\text{έχειΑπόγονο}.\text{Ψηλός})^{\mathcal{I}} \text{ και}$$

$$\text{Θάνος}^{\mathcal{I}}\in(\forall\text{έχειΑπόγονο}.\exists\text{έχειΑπόγονο}.\text{Ψηλός})^{\mathcal{I}}.$$

Λόγω του $\text{Θάνος}^{\mathcal{I}}\in\exists\text{έχειΑπόγονο}.\text{Ψηλός}^{\mathcal{I}}$ θα πρέπει να υπάρχει κάποιο $b\in\Delta^{\mathcal{I}}$ τέτοιο ώστε $(\text{Θάνος}^{\mathcal{I}},b)\in\text{έχειΑπόγονο}^{\mathcal{I}}$ και $b\in\text{Ψηλός}^{\mathcal{I}}$, ενώ λόγω του περιορισμού τιμής θα έχουμε επίσης ότι $b\in(\exists\text{έχειΑπόγονο}.\text{Ψηλός})^{\mathcal{I}}$. Για παρόμοιους λόγους έχουμε ότι υπάρχει $c\in\Delta^{\mathcal{I}}$ τέτοιο ώστε $(b,c)\in\text{έχειΑπόγονο}^{\mathcal{I}}$ και $c\in\text{Ψηλός}^{\mathcal{I}}$. Επειδή ο ρόλος έχειΑπόγονο είναι μεταβατικός και επειδή ισχύουν τα $(\text{Θάνος}^{\mathcal{I}},b)\in\text{έχειΑπόγονο}^{\mathcal{I}}$ και $(b,c)\in\text{έχειΑπόγονο}^{\mathcal{I}}$, για να είναι η $\mathcal{I}$ μοντέλο του RBox θα πρέπει να ισχύει $(\text{Θάνος}^{\mathcal{I}},c)\in\text{έχειΑπόγονο}^{\mathcal{I}}$.

Και πάλι λόγω του $Θάνος^{\mathcal{I}} \in (\forall έχειΑπόγονο.\exists έχειΑπόγονο.Ψηλός)^{\mathcal{I}}$ θα πρέπει για το c να ισχύει ότι $c \in (\exists έχειΑπόγονο.Ψηλός)^{\mathcal{I}}$. Και πάλι, όμως, λόγω του τελευταίου περιορισμού θα πρέπει να υπάρχει κάποιο $d \in \Delta^{\mathcal{I}}$ τέτοιο ώστε $(c,d) \in έχειΑπόγονο^{\mathcal{I}}$ και $d \in Ψηλός^{\mathcal{I}}$. Από την παραπάνω διαδικασία συλλογισμού μπορούμε να συμπεράνουμε ότι κάθε ερμηνεία η οποία ικανοποιεί τους παραπάνω ισχυρισμούς έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\Delta^{\mathcal{I}} = \{Θάνος^{\mathcal{I}}, b_i\},$$

$$b_i \in Ψηλός^{\mathcal{I}},$$

$$b_i \in (\exists έχειΑπόγονο.Ψηλός)^{\mathcal{I}} \text{ και}$$

$$(b_i, bj) \in έχειΑπόγονο^{\mathcal{I}}$$

για όλα τα $0 \leq i < j$, με i,j φυσικούς αριθμούς.

Όπως παρατηρούμε η παραπάνω είναι μια άπειρη ερμηνεία. Παρόλα αυτά είναι ένα δυνατό μοντέλο για τη βάση γνώση μας. Αν επιθυμούμε να αποδώσουμε μια πεπερασμένη ερμηνεία τότε στην αρχική μας συλλογιστική θα πρέπει να θέσουμε $(c,c) \in έχειΑπόγονο^{\mathcal{I}}$. Στην περίπτωση αυτή η σχέση $c \in (\exists έχειΑπόγονο.Ψηλός)^{\mathcal{I}}$ ικανοποιείται χωρίς να δημιουργήσουμε ένα νέο $d \in \Delta^{\mathcal{I}}$, αφού υπάρχει το $c \in \Delta^{\mathcal{I}}$ για το οποίο $(c,c) \in έχειΑπόγονο^{\mathcal{I}}$ και $c \in Ψηλός^{\mathcal{I}}$.

Ερώτημα 3

Αρχικά επεξεργαζόμαστε τα αξιώματα και έχουμε:

Άνθρωπος $\equiv$ Αρσενικό $\sqcup$ Θηλυκό (1)
Αρσενικό $\sqcap$ Θηλυκό $\equiv \perp$ (2)
Γονιός $\equiv$ Άνθρωπος $\sqcap$ $\exists$έχειΠαιδί Άνθρωπος $\sqcap$ $\forall$έχειΠαιδί Άνθρωπος (3)
Σύζυγος $\equiv$ Αρσενικό $\sqcap$ $\exists$παντρεμένος Άνθρωπος $\sqcap$ $\forall$παντρεμένος Θηλυκό (4)

Το (2) είναι ένα αξίωμα υπαγωγής γενικευμένων εννοιών. Για το λόγω αυτό απαιτείται να εφαρμόσουμε τη μεθοδολογία της εσωτερίκευσης. Για λόγους συντομίας μπορούμε να εφαρμόσουμε την τεχνική αυτή μόνο για το αξίωμα (2) ενώ για τα υπόλοιπα μπορούμε να εφαρμόσουμε την απλή τεχνική του ξεδιπλώματος (unfolding). Παρόλα αυτά η μέθοδος της εσωτερίκευσης μπορεί να εφαρμοστεί και σε όλο το TBox. Έτσι λοιπόν το αξίωμα (2) αντικαθίσταται από το

$$\top \sqsubseteq (\neg Αρσενικό \sqcup \neg Θηλυκό \sqcup \perp) \sqcap (Αρσενικό \sqcap Θηλυκό \sqcup \top)$$

εφόσον το $Αρσενικό \sqcap Θηλυκό \equiv \perp$ ισοδυναμεί με τα δύο αξιώματα $\perp \sqsubseteq Αρσενικό \sqcap Θηλυκό$ και $Αρσενικό \sqcap Θηλυκό \sqsubseteq \perp$.

1) Για να ελέγξουμε εάν κάποιος που είναι παντρεμένος με Θηλυκό είναι και Σύζυγος, αρκεί να ελέγξουμε εάν η έννοια $\exists$παντρεμένος.Θηλυκό είναι υπό-έννοια της έννοιας Σύζυγος, δηλαδή αν $\langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle \models \exists παντρεμένος.Θηλυκό \sqsubseteq Σύζυγος$.

Ο έλεγχος του προβλήματος αυτού μπορεί να αναχθεί στον έλεγχο μη-ικανοποιησιμότητας του ABox {α:∃παντρεμένος.Θηλυκό⊓¬Σύζυγος} με βάση το $\mathcal{T}$ για ένα τυχαίο άτομο α. Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τους κανόνες tableaux και αν όλα τα σώματα ισχυρισμών περιέχουν αντίφαση τότε το $\mathcal{T}$ συνεπάγεται λογικά την υπαγωγή ∃παντρεμένος.Θηλυκό ⊑ Σύζυγος.

<u>Αρχικοποιούμε το Tableaux</u>

A={α:∃παντρεμένος.Θηλυκό ⊓ ¬Σύζυγος}

<u>Εφαρμόζουμε Unfolding</u>

(4) ⇔ A→A={α:∃παντρεμένος.Θηλυκό ⊓ ¬(Αρσενικό ⊓ ∃παντρεμένος.Άνθρωπος ⊓ ∀παντρεμένος Θηλυκό)}
(1) ⇔ A→A={α:∃παντρεμένος.Θηλυκό ⊓ ¬ (Αρσενικό ⊓ ∃παντρεμένος.(Αρσενικό ⊔ Θηλυκό) ⊓ ∀παντρεμένος Θηλυκό)}

<u>Κανονική μορφή άρνησης</u>

A→A={α:∃παντρεμένος.Θηλυκό⊓¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.(¬Αρσενικό⊓¬Θηλυκό) ⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό}

<u>Εφαρμόζουμε κανόνες tableaux</u>

Λόγω του ⊤⊑(¬Αρσενικό⊔¬Θηλυκό⊔⊥)⊓(Αρσενικό⊓Θηλυκό⊔⊤) έχουμε
A_1={
α:∃παντρεμένος.Θηλυκό⊓¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.(¬Αρσενικό⊓¬Θηλυκό)⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό,
α:(¬Αρσενικό⊔¬Θηλυκό⊔⊥)⊓(Αρσενικό⊓Θηλυκό⊔⊤)}

<u>κανόνας-⊓ τρεις φορές</u>
A_2={α:∃παντρεμένος.Θηλυκό,
α:¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.(¬Αρσενικό⊓¬Θηλυκό)⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό,
α:¬Αρσενικό⊔¬Θηλυκό⊔⊥,
α:(Αρσενικό⊓Θηλυκό)⊔⊤}

<u>κανόνας-⊔</u>
A_{3a}={ α:∃παντρεμένος.Θηλυκό,
α:¬Αρσενικό,
α:¬Αρσενικό⊔¬Θηλυκό⊔⊥,
α:(Αρσενικό⊓Θηλυκό)⊔⊤} ή

A_{3b}={α:∃παντρεμένος.Θηλυκό,

α:∀παντρεμένος.(¬Αρσενικό⊓¬Θηλυκό)⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό,

α:¬Αρσενικό⊔¬Θηλυκό⊔⊥,

α:(Αρσενικό⊓Θηλυκό)⊔⊤}

<u>κανόνας-⊔ στο A_{3a}</u>

A_{3aa}={α:∃παντρεμένος.Θηλυκό,
α:¬Αρσενικό,
α:¬Αρσενικό,

α:(Αρσενικό⊓Θηλυκό)⊔⊤} ή

A_{3ab}={α:∃παντρεμένος.Θηλυκό,
α:¬Αρσενικό,

α:¬Θηλυκό⊔⊥,

α:(Αρσενικό⊓Θηλυκό)⊔⊤}

<u>κανόνας-⊔ στο A_{3aa}</u>

A_{3aaa}={α:∃παντρεμένος.Θηλυκό,
α:¬Αρσενικό,
α:¬Αρσενικό,

α:⊤} ή

A_{3aab}={α:∃παντρεμένος.Θηλυκό,
α:¬Αρσενικό,

α:¬Θηλυκό⊔⊥,

α:(Αρσενικό⊓Θηλυκό)}.

Στο σημείο αυτό παρατηρούμε ότι το A_{3aaa} δεν περιέχει καμία αντίφαση και κανένας κανόνας tableaux δεν εφαρμόζεται σε αυτό. Άρα η βάση γνώσης μας δε συνεπάγεται λογικά το αξίωμα υπαγωγής. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό μπορεί να εξαχθεί κοιτάζοντας το σώμα ισχυρισμών A_{3aaa}. Παρατηρούμε ότι το α ανήκει στην έννοια α:¬Αρσενικό με άλλα λόγια το α είναι ένα άτομο το οποίο είναι παντρεμένο με κάποιο θηλυκό, λόγω του α:∃παντρεμένος.Θηλυκό αλλά το α δεν είναι αρσενικό κάτι το οποίο είναι απαραίτητο ώστε το α να είναι Σύζυγος, με βάση τον ορισμό που έχουμε δώσει στην έννοια αυτή.

2) Για να ελέγξουμε εάν η Μαρία έχει νύφη ουσιαστικά πρέπει να ελέγξουμε τη λογική συνεπαγωγή $\langle\mathcal{T},\mathcal{A}\rangle \vDash$Μαρία:Άνθρωπος⊓∃έχειΠαιδί.Σύζυγος. Το πρόβλημα αυτό ανάγεται στο πρόβλημα μη-ικανοποιησιμότητας του σώματος ορολογίας A∪{Μαρία:¬(Άνθρωπος⊓∃έχειΠαιδί.Σύζυγος)} (το οποίο σε ΚΜΑ είναι το A∪{Μαρία:¬Άνθρωπος⊔∀έχειΠαιδί.¬Σύζυγος}) μβτ $\mathcal{T}$.

Αρχικοποιούμε το Tableaux

Α={Μαρία:Θηλυκό⊓Γονιός, Μαρία:¬Άνθρωπος⊔∀έχειΠαιδί.¬Σύζυγος, Πέτρος:Σύζυγος, (Μαρία,Πέτρος):έχειΠαιδί}.

Εφαρμόζουμε Unfolding

Α={Μαρία:Θηλυκό⊓(Άνθρωπος⊓∃έχειΠαιδί.Άνθρωπος⊓∀έχειΠαιδί.Άνθρωπος),

Μαρία:¬Άνθρωπος⊔∀έχειΠαιδί.¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.¬Άνρωπος⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό,

Πέτρος:Αρσενικό ⊓ ∃παντρεμένος.Άνθρωπος ⊓ ∀παντρεμένος.Θηλυκό, (Μαρία,Πέτρος):έχειΠαιδί}

Εφαρμόζουμε κανόνες expansion

Λόγω του ⊤⊑(¬Αρσενικό⊔¬Θηλυκό⊔⊥)⊓(Αρσενικό⊓Θηλυκό⊔⊤) έχουμε

A_1={Μαρία:Θηλυκό⊓(Άνθρωπος⊓∃έχειΠαιδί.Άνθρωπος⊓∀έχειΠαιδί.Άνθρωπος),

Μαρία:¬Άνθρωπος⊔∀έχειΠαιδί.(¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.¬Άνρωπος⊔∀παντρεμένος.¬Θηλυκό),

Πέτρος:Αρσενικό ⊓ ∃παντρεμένος.Άνθρωπος ⊓ ∀παντρεμένος.Θηλυκό, (Μαρία,Πέτρος):έχειΠαιδί,

Μαρία:(¬Αρσενικό⊔¬Θηλυκό⊔⊥)⊓(Αρσενικό⊓Θηλυκό⊔⊤)

Πέτρος:(¬Αρσενικό⊔¬Θηλυκό⊔⊥)⊓(Αρσενικό⊓Θηλυκό⊔⊤)}

<u>κανόνας-⊓ τρεις φορές στον ισχυρισμό:</u>

<u>Μαρία:Θηλυκό⊓(Άνθρωπος⊓∃έχειΠαιδί.Άνθρωπος⊓∀έχειΠαιδί.Άνθρωπος)</u>

A_2={Μαρία:Θηλυκό, Μαρία:Άνθρωπος, Μαρία:∃έχειΠαιδί.Άνθρωπος, Μαρία:∀έχειΠαιδί.Άνθρωπος,

Μαρία:¬Άνθρωπος⊔∀έχειΠαιδί.(¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.¬Άνρωπος⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό),

Πέτρος:Αρσενικό ⊓ ∃παντρεμένος.Άνθρωπος ⊓ ∀παντρεμένος.Θηλυκό, (Μαρία,Πέτρος):έχειΠαιδί,

Μαρία:(¬Αρσενικό⊔¬Θηλυκό⊔⊥)⊓(Αρσενικό⊓Θηλυκό⊔⊤)

Πέτρος:(¬Αρσενικό⊔¬Θηλυκό⊔⊥)⊓(Αρσενικό⊓Θηλυκό⊔⊤)}

<u>κανόνας-⊔ στον ισχυρισμό:</u>

<u>Μαρία:¬Άνθρωπος⊔∀έχειΠαιδί.(¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.¬Άνρωπος⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό)</u>

$A_{3a}=A_2\cup${Μαρία:¬Άνθρωπος} ή

A_{3b}=A_2∪{Μαρία:∀έχειΠαιδί.(¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.¬Άνρωπος⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό}

Το A_{3a} περιέχει αντίφαση καθώς {Μαρία:¬Άνθρωπος, Μαρία:Άνθρωπος}⊆A_{3a}. Συνεχίζουμε μόνο με το A_{3b}.

κανόνας-∀ στον ισχυρισμό:

Μαρία:∀έχειΠαιδί.(¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.¬Άνρωπος⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό

A_{4b}=A_{3b}∪{Πέτρος:¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.¬Άνρωπος⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό}

κανόνας-⊓ δυο φορές στον ισχυρισμό:

Πέτρος:Αρσενικό ⊓ ∃παντρεμένος.Άνθρωπος ⊓ ∀παντρεμένος.Θηλυκό

A_{5b}=A_{4b}∪{Πέτρος:Αρσενικό, Πέτρος:∃παντρεμένος.Άνθρωπος,

Πέτρος:∀παντρεμένος.Θηλυκό}

κανόνας-⊔ δυο φορές στον ισχυρισμό:

Πέτρος:¬Αρσενικό⊔∀παντρεμένος.¬Άνρωπος⊔∃παντρεμένος.¬Θηλυκό

A_{6ab}=A_{5b}∪{Πέτρος:¬Αρσενικό},

A_{6bb}=A_{5b}∪{Πέτρος:∀παντρεμένος.¬Άνρωπος}

A_{6cb}=A_{5b}∪{Πέτρος:∃παντρεμένος.¬Θηλυκό}

Το A_{6ab} περιέχει αντίφαση καθώς {Πέτρος:¬Αρσενικό, Πέτρος:Αρσενικό}⊆A_{6ab}. Συνεχίζουμε μόνο με τα A_{6bb} και A_{6cb}.

κανόνας-∃ στον ισχυρισμό Πέτρος:∃παντρεμένος.Άνθρωπος που βάλαμε στο A_{5b}

A_{7bb}=A_{6bb}∪{(Πέτρος,b):παντρεμένος, b:Άνθρωπος}

κανόνας-∀ στον ισχυρισμό: Πέτρος:∀παντρεμένος.¬Άνθρωπος που εισάγαμε στο A_{6bb}

A_{8bb}=A_{7bb}∪{b:¬Άνθρωπος}

Το A_{8bb} περιέχει αντίφαση καθώς {b:¬Άνθρωπος,b:Άνθρωπος}⊆A_{8bb}. Τελικά συνεχίζουμε μόνο με το A_{6cb}.

κανόνας-∃ στον ισχυρισμό ∃παντρεμένος.¬Θηλυκό που εισάγαμε στο A_{6cb}

A_{7cb}=A_{6cb}∪{(Πέτρος,b):παντρεμένος, b: ¬Θηλυκό }

κανόνας-∀ στον ισχυρισμό: Πέτρος:∀παντρεμένος.Θηλυκό που εισάγαμε στο A_{5b}

A_{8cb}=A_{7cb}∪{b:Θηλυκό}

Το A_{8bb} περιέχει αντίφαση καθώς {b:¬Θηλυκό, b:Θηλυκό}⊆A_{8bb}. Τελικά συνεχίζουμε μόνο με το A_{6cb}.

Άρα όλες οι πιθανές επεκτάσεις θα οδηγήσουν σε αντίφαση. Καταλήγουμε, λοιπόν, ότι ο ισχυρισμός συνεπάγεται λογικά από το αρχικό μας σώμα ισχυρισμών με βάση το *T*.